

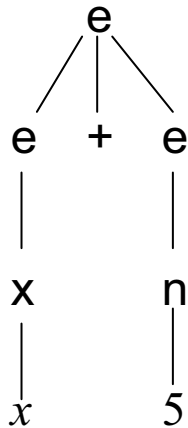
問題 I

自然数に関する数式の集合を

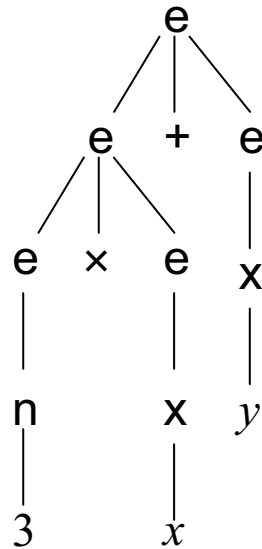
$$e ::= n \mid x \mid e + e \mid e - e \mid e \times e$$

によって定義する．ただし， n, x はそれぞれ自然数 $(0, 1, 2, \dots)$ ，変数 $(x, y, z, \dots)$ を表すメタ変数である．
以下の数式の構文解析木を書け．

(i) $x + 5$



(ii) $3 \times x + y$



問題 II

自然数に関する論理式の（抽象）構文を BNF を用いて定義せよ．ただし，自然数に関する論理式の集合とは以下の条件を満たす最小の集合とし，問題 I で定義した数式を表すメタ変数 e を用いてよい．

- e_1 と e_2 が数式ならば， $e_1 > e_2$, $e_1 = e_2$ も論理式である．
- A_1 と A_2 が論理式ならば， $A_1 \wedge A_2$, $A_1 \vee A_2$, $A_1 \Rightarrow A_2$ も論理式である．
- A が論理式ならば， $\neg A$, $\forall x.A$, $\exists x.A$ も論理式である．

答： $A ::= e_1 > e_2 \mid e_1 = e_2 \mid A \wedge A \mid A \vee A \mid A \Rightarrow A \mid \neg A \mid \forall x.A \mid \exists x.A$

問題 III (発展)

問題 II で定義した論理式に対応する曖昧性のない具象構文を定義せよ (括弧も含むものとする) . 論理記号の優先順位は , $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\forall x$, $\exists x$ の順とする . また , $\Rightarrow$ は右結合で , $\wedge$ と $\vee$ は左結合とする . 例えば , $\forall x. \neg x = 1 \vee x = 2 \wedge x > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x > 2$ は

$$\forall x. (((\neg(x = 1)) \vee (x = 2 \wedge x > 0)) \Rightarrow (x > 1 \Rightarrow x > 2))$$

を意味する .

$$F ::= A \mid \exists x.F \mid \forall x.F$$

$$A ::= D \mid D \Rightarrow A$$

$$D ::= B \mid D \vee B$$

$$B ::= C \mid B \wedge C$$

$$C ::= e_1 > e_2 \mid e_1 = e_2 \mid (F) \mid \neg C$$

解説: 演算子の優先順位を反映させるため , 論理式を以下のようなカテゴリに分けている

- F : 特に制限なし
- A : 一番外側の演算子の優先順位が $\Rightarrow$ 以上
- D : 一番外側の演算子の優先順位が $\vee$ 以上
- B : 一番外側の演算子の優先順位が $\wedge$ 以上
- C : 一番外側の演算子の優先順位が $\neg$ 以上

なお , A の定義を

$$A ::= D \mid A \Rightarrow D$$

としてしまうと , $\Rightarrow$ が左結合になってしまうことに注意 .